

Devoir de vacances de la Toussaint 2021

Première générale, spécialité mathématiques

Exercice 1 Calcul numérique

Écrire les nombres suivants le plus simplement possible.

$$1. \quad A = 3 - \frac{5}{2} + \frac{7}{5} \quad B = 3 - \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 5} \quad C = 3 - \frac{\frac{5}{2}}{\frac{7}{5}} \quad D = 3 - \frac{1 + \frac{5}{2}}{1 - \frac{7}{5}}$$

$$2. \quad A = 3^5 \cdot 3^2 \cdot 3^4 \quad B = \frac{3^5 \cdot 3^2}{3^4} \quad C = 3^5 \cdot (3^2)^4 \quad D = 3^3 + 3^2$$

$$3. \quad A = 5\sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8} \quad B = 2\sqrt{2}(5\sqrt{2} - 3) \quad C = (5\sqrt{2} - 3)(5\sqrt{2} + 3) \quad D = (5\sqrt{2} - 3)^2$$

$$4. \quad A = |7| + |-2| - |-3| \quad B = |7 - 2| + |7 - 8| \quad C = |7 - \sqrt{5}| + |\sqrt{5} - 9| \quad D = |7 - \sqrt{5}| \times |\sqrt{5} - 9|$$

Exercice 2 Calcul algébrique

1. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A = (3x - 2)(5x + 2) \quad B = (3x - 2)^2(5x + 2) \quad C = (2x^2 - 3)^2 \quad D = (\sqrt{2}x - 3\sqrt{2})^2$$

2. Factoriser les expressions suivantes :

$$A = (3x - 2)(5x + 2) + (3x - 2)(6x - 4) \quad B = (3x - 2)(5x + 2) - (3x - 2)(6x - 4)$$

$$C = (3x - 2)^2 + (3x - 2)^2$$

3. Mettre au même dénominateur les expressions suivantes :

$$A = 3 + \frac{5}{x+2} \quad B = x + 3 + \frac{x-2}{x+2} \quad C = \frac{x+3}{x+2} - \frac{x+5}{x+6} \quad D = \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+5}{x+2}$$

4. calculer $u_{n+1} - u_n$. Déterminer le signe de l'expression obtenue. n est un entier naturel.

$$u_n = 5n + 2 \quad u_n = n^2 - n + 7 \quad u_n = 5 - \frac{2}{n+4} \quad u_n = 5 + 2^n \quad u_n = 3 + \sqrt{2+n}$$

Exercice 3 Second degré

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad x^2 + 4x + 4 = 0 \quad x^2 + 4x + 5 = 0 \quad x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad x + 2\sqrt{x} - 3 = 0$$

1. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$2x^2 + 7x + 3 \leq 0 \quad 4x^2 - 12x + 9 > 0 \quad -x^2 + x - 9 < 0 \quad 1 - \frac{2}{x-9} < 0 \quad x + 1 < -\frac{21}{x-9}$$

2. Déterminer les variations des fonctions f, g et h définies pour tout réel x par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \quad g(x) = -2x^2 + 11x - 15 \quad h(x) = -6x^2 + 3x$$

Exercice 4 Probabilité

A et B sont des événements. Les questions suivantes sont indépendantes.

1. $P(A) = 0,4$ $P_A(B) = 0,2$ $P_{\bar{A}}(B) = 0,3$

- Faire un arbre
- Calculer la probabilité de l'événement B.
- Calculer la probabilité de A sachant B

2. $P(A) = 0,4$ $P_A(B) = 0,2$ $P(\bar{A} \cap B) = 0,3$

- Faire un arbre.
- Calculer la probabilité de B sachant \bar{A}
- Calculer la probabilité de A sachant B

3. $P_A(B) = 0,2$ $P_{\bar{A}}(B) = 0,3$ $P(B) = 0,275$

- Faire un arbre.
- Calculer la probabilité de l'événement A puis celle de B.
- Calculer la probabilité de A sachant B

4. $P(A) = 0,4$ $P(B) = 0,3$ *A et B sont indépendants*

- Faire un diagramme de Venn.
- Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$

5. $P(A) = 0,4$ $P(B) = 0,3$ *A et B sont incompatibles*

- Faire un diagramme de Venn.
- Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$

Exercice 5 Probabilité et second degré

Albert s'entraîne au basket. Il tente 2 paniers à 3 points d'affilés. La probabilité qu'il marque 6 points est l'inverse de son âge. Il réussit le 2ème lancer une fois sur 8. Il réussit le 1er lancer avec une probabilité notée x. S'il réussit le 1er lancer, il réussit le 2ème avec une probabilité deux fois supérieure à x. S'il rate le 1er lancer, il réussit le 2ème lancer avec une probabilité deux fois plus petite que x. Quel est l'âge d'Albert ?