

Travail hebdomadaire semaine 47

terminale générale, spécialité mathématiques

Exercice 1 Écrire les nombres suivants le plus simplement possible.

1. $A = |3 - 5 \times 2|$ $B = |(3 - 5) \times 2|$ $C = 2 + \frac{3}{5}$ $D = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1 - \frac{4}{5}}{1 + \frac{4}{5}}$
2. $A = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ $B = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$
 $C = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)$
 $D = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^3\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^4\left(\frac{\pi}{3}\right)$
3. $A = 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$ $B = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2} - 1}$

Exercice 2 Calculer les limites suivantes.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x-4}{2x^2-3x+1} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ x > 5}} \frac{x^2+5x+1}{x^2-6x+5} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x + \cos(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - x + \cos(x)$$

Exercice 3 limites, asymptotes, variations

1. Soit f la fonction numérique définie par la relation suivante $f(x) = \frac{e^x + x + 1}{e^x - 1}$
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
 - b) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
 - c) Indiquer, le cas échéant, les équations des asymptotes verticales et horizontales.
2. Une fonction auxiliaire : $g(x) = 1 + (x+1) \cdot e^x$
 - a) Calculer la dérivée de f .
 - b) En étudiant les variations de la fonction g , déterminer le signe de g .
 - c) Déterminer le signe de la dérivée de f .
 - d) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
 - e) Tracer la courbe représentant f après avoir tracé les asymptotes.

Exercice 4 Soient (u_n) et (v_n) les suites numériques définies par les relations suivantes

$$u_0 = 200 \quad ; \quad u_{n+1} = 0,8u_n + 600 \quad \text{et} \quad v_n = u_n - 3000$$

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $u_n < 3000$.
2. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
3. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique. Déterminer sa raison et son 1er terme.
4. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
5. Déterminer la limite de la suite (u_n) .