

## Travail hebdomadaire semaine 47

terminale générale, spécialité mathématiques

**Exercice 1** Écrire les nombres suivants le plus simplement possible.

1.  $A = |3 - 5 \times 2|$      $B = |(3 - 5) \times 2|$      $C = 2 + \frac{3}{5}$      $D = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1 - \frac{4}{5}}{1 + \frac{4}{5}}$
2.  $A = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$      $B = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$   
 $C = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)$   
 $D = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^3\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^4\left(\frac{\pi}{3}\right)$
3.  $A = 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$      $B = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2} - 1}$

**Exercice 2** Calculer les limites suivantes.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x-4}{2x^2-3x+1} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ x > 5}} \frac{x^2+5x+1}{x^2-6x+5} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x + \cos(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - x + \cos(x)$$

**Exercice 3** limites, asymptotes, variations

1. Soit  $f$  la fonction numérique définie par la relation suivante  $f(x) = \frac{e^x + x + 1}{e^x - 1}$ 
  - a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
  - b) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
  - c) Indiquer, le cas échéant, les équations des asymptotes verticales et horizontales.
2. Une fonction auxiliaire :  $g(x) = 1 + (x+1) \cdot e^x$ 
  - a) Calculer la dérivée de  $f$ .
  - b) En étudiant les variations de la fonction  $g$ , déterminer le signe de  $g$ .
  - c) Déterminer le signe de la dérivée de  $f$ .
  - d) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
  - e) Tracer la courbe représentant  $f$  après avoir tracé les asymptotes.

**Exercice 4** Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  les suites numériques définies par les relations suivantes

$$u_0 = 200 \quad ; \quad u_{n+1} = 0,8u_n + 600 \quad \text{et} \quad v_n = u_n - 3000$$

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n < 3000$ .
2. Déterminer le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .
3. Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique. Déterminer sa raison et son 1er terme.
4. Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
5. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .