

Devoir de vacances de Noël 2021

Première générale, spécialité mathématiques

Exercice 1 Calcul numérique

Écrire les nombres suivants le plus simplement possible. Détailler vos calculs.

$$1. \quad A = 5 - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \quad B = 4 \times \frac{3}{8} - \frac{5}{4} \times \frac{2}{5} \quad C = 6 - 4 \times \frac{1 + \frac{7}{3}}{1 - \frac{7}{3}}$$

$$2. \quad D = 10^3 \times 10^2 \times 10^4 \quad E = \frac{10^8}{10^4} \quad F = 10^5 \times (10^3)^2 \quad G = 10^4 + 10^2$$

$$3. \quad H = 7\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} \quad I = 5\sqrt{3}(2\sqrt{3}-1) \quad J = (2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+1) \quad K = (2\sqrt{3}-1)^2$$

Exercice 2 Calcul algébrique

1. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$L = (2x+1)(3x+2) \quad M = (x+5)^2 \quad N = (3x-2)^2 \quad O = (2x-5)(2x+5)$$

2. Factoriser les expressions suivantes :

$$P = (4x-3)(7x+1) + (4x-3)(x+5) \quad Q = (4x-3)(5x+1) - (4x-3)(8x-5)$$

$$R = (4x-3)^2 - (3x-2)^2$$

3. Mettre au même dénominateur les expressions suivantes :

$$S = 2 + \frac{3}{x+4} \quad T = 2x+1 + \frac{4}{x+4} \quad U = \frac{x+1}{x+2} - \frac{x+3}{x+4} \quad V = \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x+5}{x+1}$$

4. calculer $u_{n+1} - u_n$. Déterminer le signe de l'expression obtenue. n est un entier naturel.

$$u_n = 3n+5 \quad u_n = 2n^2 - 3n+1 \quad u_n = 6 - \frac{1}{n+1} \quad u_n = 7 - 10^n$$

Exercice 3 Second degré

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \quad x^2 + 6x + 9 = 0 \quad x^2 + x + 3 = 0$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$2x^2 + 2x - 3 \leq 0 \quad 4x^2 - 20x + 25 > 0 \quad -x^2 + 2x - 1 < 0$$

Exercice 4 Trigonométrie

Pour chaque équation et inéquation ci-dessous, vous tracerez un cercle trigonométrique.

1. Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ les équations suivantes :

$$\cos(x) = \frac{1}{2} \quad \sin(x) = \frac{1}{2} \quad \cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

2. Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ les inéquations suivantes :

$$\cos(x) > \frac{1}{2} \quad \sin(x) > \frac{1}{2} \quad \cos(x) \geq \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 5 Fonction

$$f(x) = x^2 + 6x - 2 \quad ; \quad I = [-6; 2]$$

$$g(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 2 \quad ; \quad I = [-4; 6]$$

$$h(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 5} \quad ; \quad I =]-\infty; -5[\cup]-5; +\infty[$$

Pour les 3 fonctions définies ci-dessous :

1. Calculer la dérivée de la fonction.
2. Étudier le signe de la dérivée.
3. Donner le tableau de variations de la fonction sur l'intervalle I.