

Devoir de vacances de Noël 2021

Terminale

Exercice 1 Calcul numérique

Écrire les nombres suivants le plus simplement possible. Détailler vos calculs.

$$1. \quad A = 5 - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \quad B = 4 \times \frac{3}{8} - \frac{5}{4} \times \frac{2}{5} \quad C = 6 - 4 \times \frac{1 + \frac{7}{3}}{1 - \frac{7}{3}}$$

$$2. \quad D = 10^3 \times 10^2 \times 10^4 \quad E = \frac{10^8}{10^4} \quad F = 10^5 \times (10^3)^2 \quad G = 10^4 + 10^2$$

$$3. \quad H = 7\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} \quad I = 5\sqrt{3}(2\sqrt{3}-1) \quad J = (2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+1) \quad K = (2\sqrt{3}-1)^2$$

Exercice 2 Calcul algébrique

1. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$L = (2x+1)(3x+2) \quad M = (x+5)^2 \quad N = (3x-2)^2 \quad O = (2x-5)(2x+5)$$

2. Factoriser les expressions suivantes :

$$P = (4x-3)(7x+1) + (4x-3)(x+5) \quad Q = (4x-3)(5x+1) - (4x-3)(8x-5)$$

$$R = (4x-3)^2 - (3x-2)^2$$

3. Mettre au même dénominateur les expressions suivantes :

$$S = 2 + \frac{3}{x+4} \quad T = 2x+1 + \frac{4}{x+4} \quad U = \frac{x+1}{x+2} - \frac{x+3}{x+4} \quad V = \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x+5}{x+1}$$

4. calculer $u_{n+1} - u_n$. Déterminer le signe de l'expression obtenue. n est un entier naturel.

$$u_n = 3n+5 \quad u_n = 2n^2 - 3n+1 \quad u_n = 6 - \frac{1}{n+1} \quad u_n = 7 - 10^n$$

Exercice 3 récurrence

(u_n) est la suite numérique définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 &= -3 \\ u_{n+1} &= u_n + 2n + 6 \end{cases}$$

Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n = n^2 + 5n - 3$

Exercice 4 Espace.

$$A(1; 2; 3) \quad B(3; 3; 5) \quad C(1 + \sqrt{2}; 2; 3 - \sqrt{2}) \quad D(3; -\frac{3}{2}; 5) \quad H(2; \frac{5}{2}; 4) \quad \vec{n} : \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. Démontrer que les points A, B et C forment un plan.
2. Démontrer que \vec{n} est un vecteur normal au plan (ABC).
3. Démontrer que H est le projeté orthogonale de D sur le plan (ABC)
4. Calculer la distance entre le point D et le plan (ABC)
5. Quelle est la nature du triangle ABC ?
6. Calculer le volume de tétraèdre ABCD.

Exercice 5 Fonction.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par la relation $f(x) = 3x^2 e^{-x^2}$

1. Étudier la parité de la fonction f . Interpréter votre résultat.
2. Déterminer la limite de la fonction f lorsque x tend vers l'infini. Interpréter votre résultat.
3. Étudier les variations de f sur l'ensemble des réels.
4. Représenter la fonction f .

Exercice 6 Mécanique.

Au basket, un tir réalisé à 6,75 m ou plus du panier vaut 3 points.
Déterminer la vitesse à laquelle il faut jeter un ballon de basket pour réussir un panier à 3 points.

Données :
 $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
 $d = 6,75 \text{ m}$
 $\alpha = 40^\circ$
 $h = 2,40 \text{ m}$
 $H = 3,05 \text{ m}$

