

Travail hebdomadaire Semaine 13

Terminale.

Exercice 1 Calcul numérique. www.assurmath.fr

Écrire les nombres suivants le plus simplement possible.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2}{3} + \frac{1}{3} & B &= \int_0^2 x \, dx & C &= \frac{2}{7} \times \frac{21}{2} & D &= \sqrt{2}^4 & E &= \frac{90^4 \times 60^4 \times 110^3}{54^4 \times 55^3 \times 160 \times 10^7} \\
 F &= -(-2)^3 - (-1)^4 + (+1)^4 & G &= \sqrt{2 \times 5^2 - 1^4} & H &= \frac{6}{(\sin(\frac{\pi}{3}))^2} & I &= (2 \cos(\frac{\pi}{6}))^4 & J &= 5 \ln(e^2)
 \end{aligned}$$

Exercice 2 Identités remarquables www.assurmath.fr

f est la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = (2x+1)^2 - (5x-1)^2$

1. Développer, réduire et ordonner f .
2. Factoriser f .
3. Calculer l'image de 1 par f .
4. Déterminer les antécédents de 0 par f .
5. Résoudre $f(x) < 0$.

Exercice 3 Équations différentielles. www.assurmath.fr

1. Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \begin{cases} y' - 2y = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y' - 3y = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2y' + 6y = 5 \\ y'(0) = 5 \end{cases} & \text{d) } 2y' = 6y + 4x + 10
 \end{array}$$

2. La fonction $x \rightarrow x^2 + 4x - 6$ est elle une solution de l'équation $xy' - 2y = -4x + 12$

Exercice 4 Intégrales. www.assurmath.fr

1. Calculer $a = \int_0^2 2x+1 \, dx$ $b = \int_1^e \frac{1}{x} \, dx$ $c = \int_0^1 e^x \, dx$ $d = \int_0^2 \frac{2x+1}{x^2+x+1} \, dx$

f est la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = x + 2 + \frac{5}{4} \ln(x^2 + 1)$

2. (I_n) est la suite définie pour entier naturel n par $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) \, dx$
 - a) Calculer I_0 et I_1 à l'aide d'intégrations par parties.
 - b) Étudier la monotonie de la suite (I_n) .
 - c) Montrer que pour tout entier naturel n $0 \leq I_n \leq \frac{\ln 2}{n+1}$
 - d) Étudier la convergence de la suite (I_n)