

EXERCICE A - LA PHYSIQUE DU JONGLAGE (5 pts)

MOTS-CLÉS : mouvement dans un champ de pesanteur uniforme, énergie mécanique

Q1. Lors de la phase ① :

- entre $t_0 = 0,0$ s et $t_1 = 0,4$ s, la balle monte car $y(t)$ augmente de 0,0 m à 0,80 m et la vitesse verticale $v_y(t)$ diminue de $4,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ jusqu'à s'annuler à $t_1 = 0,4$ s ;
- entre $t_1 = 0,4$ s et $t_2 = 0,75$ s, la balle redescend car $y(t)$ diminue de 0,80 m à 0,00 m et sa vitesse verticale $v_y(t)$ devient négative et diminue de 0,00 à $-4,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ donc la balle descend de plus en plus vite ($|v_y(t)|$ augmente).

Q2. Dans la phase ② la main réceptionne la balle en l'accompagnant lors de sa descente entre $t_2 = 0,75$ s et $t_3 = 0,95$ s puis elle donne une impulsion à la balle entre $t_3 = 0,95$ s et $t_4 = 1,1$ s, afin qu'elle puisse de nouveau s'élever et quitter la main à partir de $t_4 = 1,1$ s.

Q3. On étudie le système {balle} dans le référentiel terrestre supposé galiléen associé au repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. La balle de masse m étant en chute libre, elle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

La deuxième loi de Newton donne : $\sum \vec{F}_{Ext.} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g}$.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$$

Or $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$. On en déduit que $v_x = \text{Cte}_1$.

En tenant compte des conditions initiales, à $t = 0$ s, $v_x(t = 0) = v_{0x}$ donc $\text{Cte}_1 = v_{0x}$ et $v_x = v_{0x}$.

Q4. Énergie mécanique initiale : $E_{m0} = E_{c0} + E_{pp0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + 0$ (la référence d'Epp est choisie nulle en $y = 0$).

Ainsi $E_{m0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{0x}^2 + v_{0y}^2)$.

Q5. Pour date $t_0 = 0,0$ s : $y_0 = 0$ m et $v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2$

Pour la date $t_1 = 0,4$ s : $y_1 = H$ (altitude maximale) et $v_1^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_{0x}^2$ car $v_x = \text{Cte}_1 = v_{0x}$ et $v_y(t_1) = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Lors de la chute libre, l'énergie mécanique est conservée :

$$E_{m0} = E_{m1}$$

$$\frac{1}{2} m (v_{0x}^2 + v_{0y}^2) + m \cdot g \cdot y_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{0x}^2 + m \cdot g \cdot y_1$$

En simplifiant par le terme $\frac{1}{2} m v_{0x}^2$, et en remplaçant y_0 et y_1 , il vient :

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{0y}^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot H$$

En simplifiant par m :

$$\frac{1}{2} \cdot v_{0y}^2 = g \cdot H$$

Finalement : $H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$.



Q6. Graphiquement, sur la figure 2.b, on lit : $v_{0y} = 4,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ donc $H = \frac{4,00^2}{2 \times 9,81} = 0,815$ m.

Valeur cohérente avec la valeur $y_{max} \approx 0,8$ m que l'on peut lire sur la figure 2a.

Q7. $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$ donc on obtient la primitive $v_y(t) = -g \cdot t + Cte_2$.

En tenant compte des conditions initiales, à $t = 0$, $v_y(0) = Cte_2 = v_{0y}$ donc $v_y(t) = -g \cdot t + v_{0y}$.
Remarque : On obtient une fonction affine du temps dont la représentation graphique est une droite, ce qui est cohérent avec la figure 2b.

Q8. Entre 0,00 s et 0,76 s environ, le graphe $v_y(t)$ est assimilable une droite décroissante dont le coefficient directeur est égal à l'opposé de l'intensité de la pesanteur soit $-g$.

Entre les points (0,00 s ; 4,00 m·s⁻¹) et (0,75 s ; -3,60 m·s⁻¹) on a :

$$-g = \frac{(-3,60 - 4,00)}{0,75 - 0,00} = -10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{donc } g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

On retrouve une valeur proche de 9,81 m·s⁻¹ à 3 % près.

Cet écart est dû au manque de précision de la lecture graphique.

$\frac{-3.6-4}{0.75}$	
	-10.13333333
	-10.13333333+9.81
	-0.32333333
Rep/9.81	
	-0.0329595647

Q9. On a : $v_y(t) = -g \cdot t + v_{0y}$ et $v_y(t) = \frac{dy}{dt}$ donc en primitivant : $y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + Cte'_2$

Or $y(0) = 0$ m donc $Cte'_2 = 0$ et $y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t$.

Q10. La balle est en l'air tant que $y(t) \geq 0$. On détermine t_{air} en résolvant l'équation : $y(t) = 0$ soit :

$$-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t = 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t + v_{0y} \right) \cdot t = 0.$$

En éliminant la solution $t = 0$ s, il vient : $-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{air}} + v_{0y} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{air}} = v_{0y}$, soit $t_{\text{air}} = \frac{2v_{0y}}{g}$.

Or : $H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$ donc $v_{0y} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$ soit $t_{\text{air}} = \frac{2 \times \sqrt{2 \cdot g \cdot H}}{g}$.

En faisant entrer le coefficient 2 et g sous la racine carrée : $t_{\text{air}} = \frac{\sqrt{4 \times 2 \cdot g \cdot H}}{g} = \sqrt{\frac{4 \times 2 \cdot g \cdot H}{g^2}}$

Finalement : $t_{\text{air}} = \sqrt{\frac{8H}{g}}$.

Q11. $t_{\text{air}} = \sqrt{\frac{8 \times 0,8}{9,81}} = 0,8$ s.

$\sqrt{\frac{8 \times 0.8}{9.81}}$	
	0.8077100438

La valeur obtenue est légèrement supérieure à celle que l'on peut lire sur de la figure 2.a soit 0,76 s.

Les frottements de l'air ne sont pas totalement négligeables.

Mais il est aussi probable que le manque de précision sur la lecture graphique soit la cause de cet écart.

Ce corrigé a été réalisé par une équipe d'êtres humains (si, si !), si vous trouvez une erreur, merci de nous la signaler par email : labolycee@labolycee.org.