Bac 2022 Métropole (jour 1) **Correction © https://labolycee.org**

Spécialité physique chimie

Exercice B – REFROIDISSEMENT D'UN FER À CHEVAL (5 points)

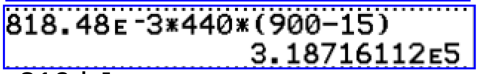
MOTS-CLÉS : premier principe de la thermodynamique, loi de Newton de la thermique

1. Chauffage du fer

Q1. Par définition de la masse volumique : $\rho_{\text{Fer}} = \dfrac{m_{\text{Fer}}}{V_{\text{Fer}}} \Leftrightarrow m_{\text{Fer}} = \rho_{\text{Fer}}.V_{\text{Fer}}$

m_{Fer} = 7,87 g.cm^{-3} × 104 cm^3 = 818 g

Q2. $\Delta U = m_{\text{Fer}}.c_{\text{Fer}}.\Delta\theta$



$\Delta U = 818{,}48 \times 10^{-3}\ \text{kg} \times 440\ \text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \times (900-15)\ \text{K} = 3{,}19 \times 10^{5}\,\text{J}$ = 319 kJ

***Remarque** : une différence de température en °C est égale à la même différence de température en K*

Q3. Au niveau microscopique, l'augmentation de l'énergie interne du fer à cheval correspond à une augmentation de l'énergie cinétique microscopique des atomes de fer (agitation thermique).

2. Refroidissement du fer

2.1. Refroidissement à l'air libre

Q4. Considérons que le système {fer à cheval} est au repos alors son énergie mécanique ne varie pas ; le 1er principe de la thermodynamique donne $\Delta U = W + Q$

On va considérer que le système n'échange pas de travail avec l'extérieur malgré les coups de marteaux du maréchal-ferrant…, ainsi $W = 0$ et donc $\Delta U = Q$.

Donc $Q = \Delta U = m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}.\Delta\theta$ (avec $\Delta\theta = \theta(t+\Delta t) - \theta(t)$)

Par définition du flux thermique : $\Phi = \dfrac{Q}{\Delta t} = m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}.\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

La loi de Newton dans l'air donne : $\Phi = h_{air}.S.\left(\theta_{EXT} - \theta\right)$

En égalant les deux expressions de Φ : $m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}.\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = h_{air}.S.\left(\theta_{EXT} - \theta\right)$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{h_{air}.S}{m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}}.\left(\theta_{EXT} - \theta\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{h_{air}.S}{m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}}.\theta_{EXT} - \frac{h_{air}.S}{m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}}.\theta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta\theta}{\Delta t} + \frac{h_{air}.S}{m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}}.\theta = \frac{h_{air}.S}{m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}}.\theta_{EXT}$$

En faisant tendre Δt vers 0, et avec $\tau = \dfrac{m_{\text{fer}}.c_{\text{fer}}}{h_{air}.S}$ on obtient $\Leftrightarrow \dfrac{d\theta}{dt} + \dfrac{\theta}{\tau} = \dfrac{\theta_{EXT}}{\tau}$

Q5. Vérifions que $\theta(t) = \left(\theta_0 - \theta_{EXT}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{EXT}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\left(\left(\theta_0 - \theta_{EXT}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{EXT}\right)}{dt} = \left(\theta_0 - \theta_{EXT}\right).\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}} + 0$$

Injectons les expressions de θ et $\frac{d\theta}{dt}$ dans l'équation différentielle $\frac{d\theta}{dt}+\frac{\theta}{\tau}=\frac{\theta_{EXT}}{\tau}$:

$$(\theta_0-\theta_{EXT}).\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{\tau}.\left[(\theta_0-\theta_{EXT}).e^{-\frac{t}{\tau}}+\theta_{EXT}\right]=\frac{\theta_{EXT}}{\tau}$$

$$\Leftrightarrow(\theta_0-\theta_{EXT}).\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{\tau}.(\theta_0-\theta_{EXT}).e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{\theta_{EXT}}{\tau}=\frac{\theta_{EXT}}{\tau}$$

$$\Leftrightarrow(\theta_0-\theta_{EXT}).\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{\tau}.(\theta_0-\theta_{EXT}).e^{-\frac{t}{\tau}}=0$$

$$\Leftrightarrow(\theta_0-\theta_{EXT}).\left(-\frac{1}{\tau}+\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}=0$$

$\Leftrightarrow(\theta_0-\theta_{EXT})\times 0\times e^{-\frac{t}{\tau}}=0$ Cette relation est vraie quel que soit *t* donc $\theta(t)=(\theta_0-\theta_{EXT})\times e^{-\frac{t}{\tau}}+\theta_{EXT}$ est bien solution de l'équation différentielle précédente.

Autre méthode :

On écrit l'équation différentielle $\frac{d\theta}{dt}+\frac{\theta}{\tau}=\frac{\theta_{EXT}}{\tau}$ sous la forme $y' = a.y + b$ qui admet des solutions de la forme $y = K.e^{a.x} - \frac{b}{a}$:

$$\frac{d\theta}{dt}=-\frac{\theta}{\tau}+\frac{\theta_{EXT}}{\tau}$$

Par analogie, $a = -\frac{1}{\tau}$ et $b = \frac{\theta_{EXT}}{\tau}$

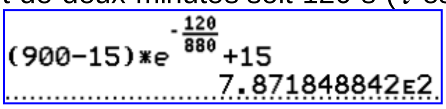
donc $-\frac{b}{a}=-\frac{\frac{\theta_{EXT}}{\tau}}{-\frac{1}{\tau}}=\theta_{EXT}$

ainsi les solutions sont de la forme $\theta(t)=K.e^{-\frac{t}{\tau}}+\theta_{EXT}$.

En tenant compte des conditions initiales, on peut trouver l'unique solution : $\theta(t=0)=\theta_0$

$$\theta_0=K.e^0+\theta_{EXT}=K+\theta_{EXT}\Leftrightarrow K=\theta_0-\theta_{EXT} \text{ donc } \theta(t)=(\theta_0-\theta_{EXT}).e^{-\frac{t}{\tau}}+\theta_{EXT}$$

Q6. D'après l'énoncé, le maréchal-ferrant pose le fer à cheval au bout de deux minutes soit 120 s (τ est donnée en s) : $\theta(t=120\text{s})=(900-15)\times e^{-\frac{120}{880}}+15=787°\text{C}$



Le fer est donc encore très chaud quand il est posé sur le sabot ; on comprend bien pourquoi cela brule la corne.

2.2. Refroidissement dans l'eau avant la pose.

Q7. En adaptant le modèle dans l'eau froide : $\theta(t) = \left(\theta_0 - \theta_{EXT}\right) \times e^{-\frac{t}{\tau_{eau}}} + \theta_{EXT}$ avec θ_0 = 600°C et

$$\tau_{eau} = \frac{m_{fer}.c_{fer}}{h_{eau}.S}$$

$$\tau_{eau} = \frac{818 \times 10^{-3}\ \text{kg} \times 440\ \text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}}{360\ \text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1} \times 293 \times 10^{-4}\ \text{m}^{2}} = 34{,}1\ \text{s}$$ *cohérent car très inférieure à 880 s obtenue dans l'air*

Il faut donc trouver t_f qui vérifie : $\theta_{finale} = \left(\theta_0 - \theta_{EXT}\right) \times e^{-\frac{t_f}{\tau_{eau}}} + \theta_{EXT}$

$$\theta_{finale} - \theta_{EXT} = \left(\theta_0 - \theta_{EXT}\right).e^{-\frac{t_f}{\tau_{eau}}}$$

$$e^{-\frac{t_f}{\tau_{eau}}} = \frac{\theta_{finale} - \theta_{EXT}}{\theta_0 - \theta_{EXT}}$$

$$-\frac{t_f}{\tau_{eau}} = \ln\left(\frac{\theta_{finale} - \theta_{EXT}}{\theta_0 - \theta_{EXT}}\right)$$

$$t_f = -\tau_{eau}.\ln\left(\frac{\theta_{finale} - \theta_{EXT}}{\theta_0 - \theta_{EXT}}\right)$$

Finalement : $t_f = -34{,}1 \times \ln\left(\frac{40-15}{600-15}\right) = 108\ \text{s}$

Q8. On peut imaginer que si seulement 20 secondes suffisent, c'est que le modèle choisi n'est pas adapté.

Les échanges entre le fer et l'eau n'obéissent probablement pas à la loi de Newton :

- les échanges entre le fer et l'eau ne sont pas principalement conducto-convectifs car le fer est très chaud et il perd de l'énergie par rayonnement ;
- la température de l'eau n'est pas constante alors qu'elle doit jouer le rôle de thermostat ;
- l'eau change d'état (ce qui demande beaucoup d'énergie).