

Q1. Pour réaliser la charge du condensateur, l'interrupteur doit être basculé du côté du générateur, soit en position 1.

Q2. D'après la loi des mailles : $E - u_r - u_C = 0 \Leftrightarrow E = u_r + u_C$

D'après la loi d'Ohm aux bornes de la résistance r : $u_r = r.i$

De plus, l'intensité du courant étant un débit de charges électriques : $i = \frac{dq}{dt}$.

Ainsi : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ car C est une constante.

Ainsi, $u_r = r.i = r.C \cdot \frac{du_C}{dt}$.

$u_r + u_C = E$ devient $r.C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$

Q3. Vérifions que $u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right)$ est solution de l'équation différentielle précédente.

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{d\left(E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right)\right)}{dt} = E \times \frac{d\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right)}{dt} = E \times \left(0 - \left(-\frac{1}{\tau_{charge}}\right) \times e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right) = \frac{E}{\tau_{charge}} \times e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$$

Injectons les expressions de u_C et $\frac{du_C}{dt}$ dans l'équation différentielle $r.C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$:

$$r.C \cdot \frac{E}{\tau_{charge}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right) = E$$

$$\Leftrightarrow r.C \cdot \frac{E}{\tau_{charge}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} = E$$

$$\Leftrightarrow \left(r.C \cdot \frac{E}{\tau_{charge}} - E\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} = 0 \text{ Pour que la solution convienne, il faut que cette égalité soit vraie quel}$$

$$\text{que soit } t. \text{ Cela implique que } r.C \cdot \frac{E}{\tau_{charge}} - E = 0 \Leftrightarrow r.C \cdot \frac{E}{\tau_{charge}} = E \Leftrightarrow \frac{r.C}{\tau_{charge}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \tau_{charge} = r.C \quad \text{Ce temps caractéristique de la charge s'exprime en s.}$$

La solution proposée convient à condition de prendre cette expression de τ_{charge} .

Autre méthode :

On écrit l'équation différentielle $r.C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$ sous la forme $y' = a.y + b$ qui admet des solutions de

la forme $y = K.e^{a.x} - \frac{b}{a}$:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{r.C} \cdot u_C + \frac{E}{r.C}$$

$$\text{Par analogie, } a = -\frac{1}{r.C} \text{ et } b = \frac{E}{r.C}$$

ainsi les solutions sont de la forme $u_C(t) = K.e^{-\frac{t}{r.C}} - \frac{\frac{E}{r.C}}{-\frac{1}{r.C}} = K.e^{-\frac{t}{r.C}} + E$.

En tenant compte des conditions initiales, on peut trouver l'unique solution : $u_C(t=0) = 0$.

$$K \times e^{-\frac{0}{r.C}} + E = 0 \text{ donc } K + E = 0 \text{ donc } K = -E \text{ donc } u_C = -E.e^{-\frac{t}{r.C}} + E$$

Finalement on retrouve la solution proposée : $u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right)$ avec $\tau_{charge} = r.C$

Q4. $u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}\right)$ donc $u_C(t=0) = E \times \left(1 - e^{-\frac{0}{\tau_{charge}}}\right) = 0$

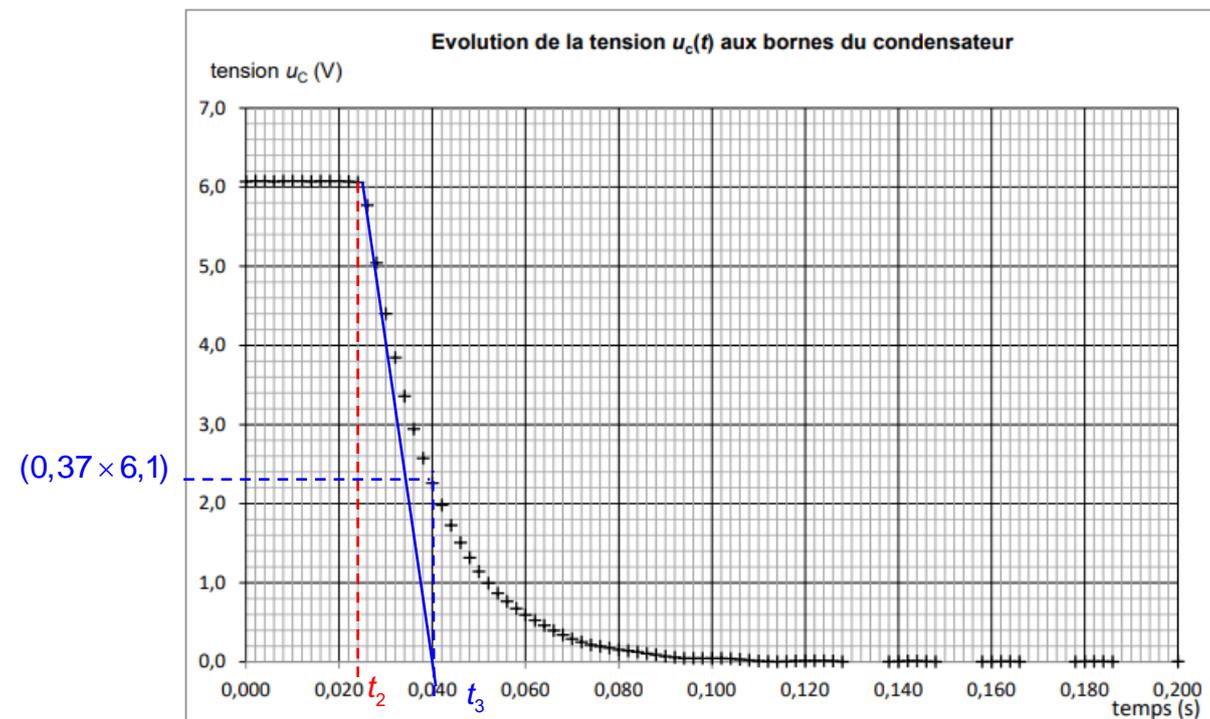
Quand t tend vers l'infini, $e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$ tend vers 0 donc $u_C(\infty) \rightarrow E$.

Q5. Si $t_1 = 5 \times \tau_{charge}$, alors $u_C(t_1) = E \times \left(1 - e^{-\frac{5 \times \tau_{charge}}{\tau_{charge}}}\right) = E \times (1 - e^{-5}) = 0,99 \times E$

À la date $t_1 = 5 \times \tau_{charge}$, la tension aux bornes du condensateur a atteint 99 % de sa valeur finale.

Q6. L'interrupteur est basculé de la position 1 à la position 2 quand le condensateur commence à se décharger donc quand u_C diminue.

Graphiquement, cela correspond à la date $t_2 = 0,024$ s.



Q7. La décharge du condensateur commence à la date $t_2 = 0,024$ s. Ainsi, pour trouver le temps caractéristique τ_{graph} , on détermine la date t_3 correspondant à l'abscisse de l'intersection de la tangente à la courbe de décharge au début de la décharge (c'est-à-dire à la date t_2) avec l'axe des temps.

$$\tau_{graph} = t_3 - t_2 = 0,040 - 0,024 = 0,016 \text{ s} = 16 \text{ ms.}$$

Variante pour trouver t_3 : lors de la décharge d'un dipôle RC, le temps caractéristique est égal au temps nécessaire pour que la tension atteigne 37 % de sa tension initiale.

Cette valeur semble suffisamment faible pour que la décharge d'énergie dans le thorax soit quasi-instantanée.

8. On peut considérer que la décharge est terminée au bout de $5 \times \tau_{\text{décharge}}$ avec $\tau_{\text{décharge}} = R.C$

R est compris entre 50Ω et 150Ω et $C = 170 \mu\text{F}$ donc la durée de décharge est comprise entre $5 \times 50 \times 170 \times 10^{-6} \text{s}$ et $5 \times 150 \times 170 \times 10^{-6} \text{s}$ soit entre $0,43 \text{s}$ et $0,128 \text{s}$

La durée est bien inférieure aux 4 secondes maximale indiquées dans les données de la notice.