

Automatismes, semaine 8, niveau 3.

A rédiger de manière exemplaire sur une copie. Pour chaque question vous devez détailler votre démarche, justifier chaque étape et écrire soigneusement le résultat. La calculatrice est interdite. Vous trouverez le prochain sujet sur la page : [Automatismes – Assur'Math](#)

1. Le compte est bon.

Trouver le nombre demandé en utilisant les nombres proposés. N'utiliser un nombre qu'une seule fois. Il n'est pas obligatoire d'utiliser tous les nombres.

324					
15	7	10	5	6	4

f et g sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x + e^{-x}$ et $g(x) = f(x) - x$

- Étudier la convexité de la fonction f .
- Déterminer l'équation de T, la tangente à la courbe représentant f au point d'abscisse 0.
- Démontrer que pour tout réel x , $1 + \frac{1}{2}x + e^{-x} \geq -\frac{1}{2}x + 2$, en déduire que $e^{-x} \geq -x + 1$.
- Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Déterminer les variations de la fonction g , dresser son tableau de variations.
- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}^+$.
- $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ Démontrer que pour tout entier naturel n , $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$.
- Démontrer que la suite (u_n) est convergente.
- Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Bonus : Quelle est la plus grande diaspora au monde ?